

INTERACCION DINAMICA TERRENO-ESTRUCTURA EN ESTRUCTURAS OFF-SHORE

Cano, Juan (E.T.S. Ingenieros Industriales. UPM)
Domínguez, José (E.T.S. Ingenieros Industriales. Sevilla)
Alarcón, Enrique (E.T.S. Ingenieros Industriales. UPM)
Benito, Juan (INITEC)

Resumen.— Dentro de los sistemas marinos, las plataformas off-shore fijas tipo gravedad, presentan problemas en su proyecto de cimentación especialmente complicados y las técnicas que permiten salvarlos son de una sofisticación muy poco frecuente en otras especialidades de la ingeniería, con la posible excepción de la rama nuclear. En este artículo se trata el problema de la interacción dinámica terreno-estructura para zapatas rígidas circulares apoyadas en superficie sobre terreno estratificado, mediante el método de los elementos de contorno (M.E.C.).

1. INTRODUCCION

Los años setenta conocieron el desarrollo de la construcción masiva de plataformas para la industria del petróleo en el mar del Norte. El tamaño de las plataformas resulta fuera de los cánones habituales, así la noruega 'Coudeep', tal y como reflejaba la publicación New Civil Engineer: "... tiene una altura de cimentación comparable a la columna de Nelson, y una sección igual a Trafalgar Square, de la que parten tres columnas que soportan una plataforma de hormigón del tamaño de un campo de fútbol...". Dadas las dimensiones y el tipo de acciones que intervienen en este tipo de obras (entre otras viento, olas, corrientes, terremotos), se hace necesario un estudio de los problemas de interacción entre terreno y estructura a fin de realizar un estudio dinámico adecuado en el que se vea reflejada la contribución del entorno a la plataforma de una manera adecuada. Fig. 1.

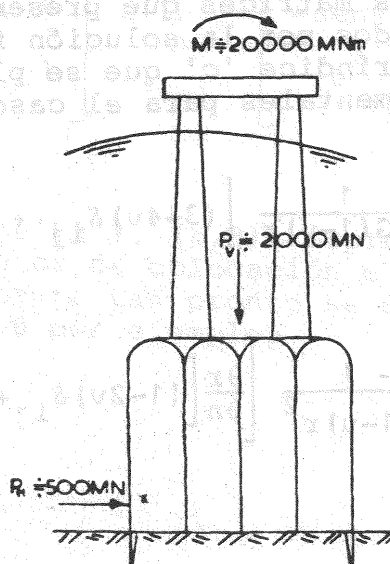


Fig. 1.— Fuerzas máximas aplicadas en las estructuras del Mar del Norte (de Eide, 1974).

En el presente trabajo se realiza un cálculo de las funciones de impedancia dinámica de la cimentación, paso previo, una vez conocida la excitación para la obtención de la respuesta estructural, realizándose el estudio en el dominio de la frecuencia.

Desde la primera aplicación del M.E.C. a problemas 3-D en 1978 (1), para problemas en 2-D en 1980 (2,3,4) y posteriores, se ha comprobado lo útil que resulta su aplicación en el cálculo de impedancias dinámicas.

En este artículo se recogerán los resultados obtenidos al emplear la solución fundamental dinámica 3-D, manteniendo la aproximación axisimétrica para la representación de la geometría y la interpolación de las funciones de campo.

Dadas las características del problema, se han podido determinar las impedancias equivalentes correspondientes a semiespacios con estratificación y características de amortiguamiento histerético en el material, que soportan zapatas circulares rígidas en superficie, acomodando para cada tipo de problema una malla generada automáticamente con criterios objetivos de manera que su determinación se efectúa en función de la frecuencia en estudio y de las propiedades del medio tanto físicas como geométricas.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La ecuación básica del M.E.C. se puede escribir como:

$$\frac{1}{2} u_{\sim}^c(P) + \int_{\partial\Omega} T_{\sim}^c u_{\sim}^c(Q) = \int_{\partial\Omega} U_{\sim}^c t_{\sim}^c(Q) \quad (1)$$

donde T_{\sim}^c y U_{\sim}^c son las matrices que presentan las tensiones y desplazamientos producidos por la solución fundamental aplicada en P, indicando el superíndice 'c' que se plantea en cartesianas. Las ecuaciones fundamentales para el caso estático son:

$$U_{ij\sim}^c(P,Q) = \frac{1}{16\pi G(1-\nu)r} \left[(3-4\nu)\delta_{ij} + \frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\partial r}{\partial x_j} \right] \quad (2)$$

$$T_{ij\sim}^c(P,Q) = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left[\frac{\partial r}{\partial n} \left[(1-2\nu)\delta_{ij} + 3\frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\partial r}{\partial x_j} \right] + (1-2\nu) \left(n_i \frac{\partial r}{\partial x_i} - n_j \frac{\partial r}{\partial x_j} \right) \right] \quad (3)$$

mientras que para el caso dinámico se tiene:

$$U_{ij}^c(P, Q) = \frac{1}{4\pi\rho C_s^2} (\psi \delta_{ij} - \chi \frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\partial r}{\partial x_j}) \quad (4)$$

$$T_{ij}^c(P, Q) = \frac{1}{4\pi} \left[\left(\frac{d\psi}{dr} - \frac{1}{r} \chi \right) (\delta_{ij} \frac{\partial r}{\partial n} + \frac{\partial r}{\partial x_j} n_i) - \frac{2}{r} (n_j \frac{\partial r}{\partial x_i} - 2 \frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial n}) - \right. \\ \left. - 2 \frac{d\chi}{dr} \frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{\partial r}{\partial n} + \left(\frac{C_p^2}{C_s^2} - 2 \right) \left(\frac{d\psi}{dr} - \frac{d\chi}{dr} - \frac{2}{r} \chi \right) \frac{\partial r}{\partial x_i} n_j \right] \quad (5)$$

Los vectores $u(P)$, $u(Q)$ y $t(Q)$ pueden expresarse en coordenadas cilíndricas y la ecuación (1) se puede escribir en el nuevo sistema, como:

$$\frac{1}{2} u_{\Omega}^P(P) + \int_{\partial\Omega} (\Omega' T_{\Omega}^c \Omega) u_{\Omega}^P(Q) = \int_{\partial\Omega} (\Omega' U_{\Omega}^c \Omega) t_{\Omega}^P(Q) \quad (6)$$

donde las matrices de rotación son:

$$\Omega_{\Omega} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad \Omega'_{\Omega} = \begin{bmatrix} \cos\theta' & \sin\theta' & 0 \\ -\sin\theta' & \cos\theta' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

y la pareja de valores (ρ', θ') , (ρ, θ) , representarían las coordenadas polares de los puntos de colocación e integración respectivamente. Siendo Ω' constante tan pronto se determina el punto de colocación. Así, para $\theta'=0$ por ejemplo:

$$\underset{\sim}{T}^P = \underset{\sim}{\Omega}' \underset{\sim}{T}^C \underset{\sim}{\Omega} = \begin{bmatrix} T_{11}\cos\theta + T_{12}\sin\theta & -T_{11}\sin\theta + T_{12}\cos\theta & T_{13} \\ T_{21}\cos\theta + T_{22}\sin\theta & -T_{21}\sin\theta + T_{22}\cos\theta & T_{23} \\ T_{31}\cos\theta + T_{32}\sin\theta & -T_{31}\sin\theta + T_{32}\cos\theta & T_{33} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Las funciones de interpolación son elegidas por los desarrollos en serie de Fourier que resultan de las clásicas aproximaciones de este tipo de problemas. A continuación se plantean las ecuaciones que resuelven el problema de la determinación de las impedancias de la cimentación para movimientos vertical, torsor, horizontal y de cabeceo.

Se puede demostrar que el movimiento vertical y torsor puede tratarse simultáneamente resolviendo las ecuaciones:

$$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} u'_\rho(P) \\ u'_\theta(P) \\ u'_z(P) \end{bmatrix} + \oint_{\partial\Omega} \begin{bmatrix} T_{11}\cos\theta + T_{12}\sin\theta & 0 & T_{13} \\ 0 & -T_{21}\sin\theta + T_{22}\cos\theta & 0 \\ T_{31}\cos\theta + T_{32}\sin\theta & 0 & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_\rho(Q) \\ u'_\theta(Q) \\ u'_z(Q) \end{bmatrix} =$$

$$= \oint_{\partial\Omega} \begin{bmatrix} U_{11}\cos\theta + U_{12}\sin\theta & 0 & U_{13} \\ 0 & -U_{21}\sin\theta + U_{22}\cos\theta & 0 \\ U_{31}\cos\theta + U_{32}\sin\theta & 0 & U_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau'_\rho(Q) \\ \tau'_\theta(Q) \\ \sigma'_z(Q) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Ya que ambos movimientos se encuentran desacoplados, y se han seguido unas leyes de interpolación que toman la forma:

$$\begin{aligned}
 u_{\rho} &= u'_{\rho}(\rho) & \tau_{\rho} &= \tau'_{\rho}(\rho) \\
 u_{\theta} &= u'_{\theta}(\rho) & \tau_{\theta} &= \tau'_{\theta}(\rho) \\
 u_z &= u'_z(\rho) & \sigma_z &= \sigma'_z(\rho)
 \end{aligned} \tag{10}$$

De manera que bajo la zapata las condiciones de contorno son:

$$u'_{\rho} = 0 ; \quad u'_{\theta} = \rho \text{ (giro unidad)} ; \quad u'_z = 1 \tag{11}$$

Estando en (9) extendidas las integrales en $0 \leq \theta \leq \pi$.

Para el movimiento horizontal y de cabeceo las funciones - de interpolación para cualquier estrato horizontal son:

$$\begin{aligned}
 u_{\rho} &= u'_{\rho} \cos \theta & \tau_{\rho} &= \tau'_z \cos \theta \\
 u_{\theta} &= -u'_{\theta} \sin \theta & \tau_{\theta} &= -\tau'_{\theta} \sin \theta \\
 u_z &= u'_z \cos \theta & \sigma_z &= \sigma'_z \cos \theta
 \end{aligned} \tag{12}$$

Siendo las condiciones de contorno bajo la zapata lo que - distingue un movimiento del otro:

$$\text{Movimiento horizontal: } u'_{\rho} = u'_{\theta} = 1 ; \quad u'_z = 0 \tag{13}$$

$$\text{Movimiento de cabeceo: } u'_{\rho} = u'_{\theta} = 0 ; \quad u'_z = \rho \tag{14}$$

y el sistema resulta: ($S = \sin \theta$; $C = \cos \theta$)

$$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} u'_{\rho}(P) \\ u'_{\theta}(P) \\ u'_z(P) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{pmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} C^2 + T_{12} SC & T_{11} S^2 - T_{12} SC & T_{13} C \\ T_{11}^* C^2 + T_{12}^* SC & T_{11}^* S^2 - T_{12}^* SC & T_{13}^* C \\ T_{31} C^2 + T_{32} SC & T_{31} S^2 - T_{32} SC & T_{33} C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_{\rho} \\ u'_{\theta} \\ u'_z \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{pmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} c^2 + U_{12} SC & U_{11} s^2 - U_{12} SC & U_{13} C \\ U_{11}^* c^2 + U_{12}^* SC & U_{11}^* s^2 - U_{12}^* SC & U_{13}^* C \\ U_{31} c^2 + U_{32} SC & U_{31} s^2 - U_{32} SC & U_{33} C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau'_\rho \\ \tau'_\theta \\ \sigma'_z \end{bmatrix} \quad (15)$$

Habiéndose establecido la segunda ecuación al colocar P en $\theta = -\pi/2$.

3. PROCESO DE INTEGRACION

El cálculo de los coeficientes de influencia que intervienen en el problema se realiza en general mediante integraciones numéricas. El punto de colocación se sitúa en el centro de la corona y el dominio se transforma mediante una técnica de Gauss. - El problema surge cuando se integra sobre la propia corona, pues las funciones de influencia varían muy rápidamente. En este caso se ha preferido recurrir a un artificio numérico basado en la identidad entre el tipo de singularidad de la solución estática y dinámica. Para ello se calcula su resta numéricamente añadiendo, a posteriori, el término singular calculado analíticamente sobre la solución estática.

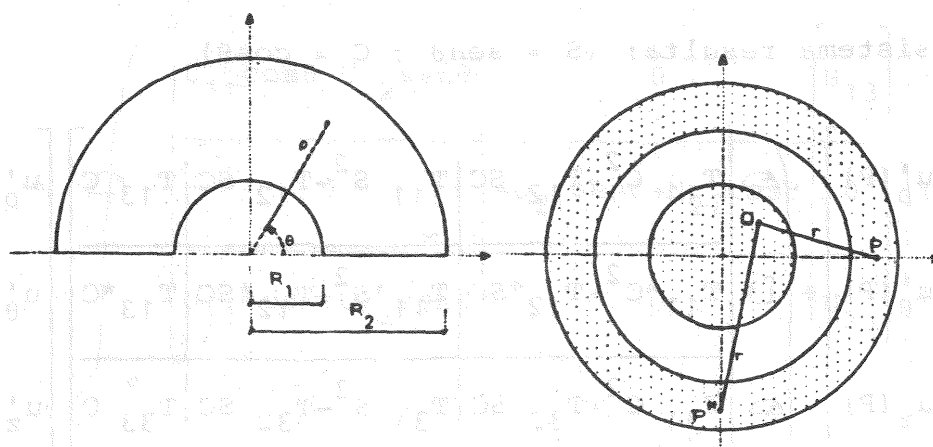


Fig. 1

Se ha comprobado que la distribución uniforme de puntos no recoge adecuadamente las variaciones de la función a integrar, - procediéndose a buscar una transformación que agrupara los puntos de integración en torno al eje X o Y según que el punto de colocación se encontrara en uno u otro.

La transformación tomada es:

$$\theta = \frac{\pi}{4} (1-\xi)^2 \quad (16)$$

$$\rho = \frac{1}{2} \left[(R_2 - R_1) \eta + R_2 + R_1 \right]$$

que resulta esencial para mejorar la aproximación manteniendo el tiempo de cálculo dentro de un orden aceptable.

Al objeto de reducir el número de elementos necesario para la discretización del problema, recogiendo la variación de la función se ha implementado la colocación de un elemento infinito que idealice el exterior de la zona discretizada mediante la siguiente transformación:

$$\theta = \frac{\pi}{4} (1-\xi)^2 \quad (17)$$

$$\rho = R_2^* + \frac{2(R_2^* - R_1^*)}{1 - \eta} \eta$$

donde por ejemplo puede tomarse $R_1^* = R_2$; $R_2^* = 2R_2$, siendo R_2 el radio de la corona más externa en la discretización.

4. GENERACION DE LA MALLA AUTOMATICA

Al objeto de optimizar el proceso de cálculo se ha implementado una malla automática que dependerá exclusivamente de la frecuencia en estudio y de las propiedades físicas y geométricas del medio.

La experiencia recogida indica que se hace necesario alcanzar una longitud de superficie discretizada igual a la cuarta parte de la longitud de onda correspondiente a las características - del primer estrato; así la distancia a la que debe discretizarse, contada a partir del borde libre será:

$$D = \frac{\lambda^1}{4} = \frac{\pi C^1}{2\omega} \quad (18)$$

Para fijar la malla se podría establecer un criterio semejante al empleado en elementos finitos (M.E.F.); así, el tamaño del elemento será:

$$h = \frac{\lambda^1}{5} = \frac{2\pi C_s^1}{5\omega} \quad (19)$$

donde al igual que en el M.E.F. se han empleado cinco elementos para recoger la longitud de onda. No obstante se establece una segunda limitación al tamaño del elemento, de manera que no sea mayor que el mínimo de las anchuras de los estratos presentes, así:

$$h = \text{Mínimo} (\Delta H_{\text{mínimo}}, \frac{\lambda^1}{5}) \quad (20)$$

Las figuras 2 y 3 recogen la malla obtenida para un problema real cuyas características se indican en la tabla siguiente, para las frecuencias adimensionales indicadas.

Interfase	C _s	Densidad (ρ)	Coefficiente de Poisson (ν)	Indice de amortiguamiento (ζ)	Profundidad
1	3004	143,0	0.36	0.03	0
2	2198	138,0	0.37	0.05	49.2
3	3333	160,0	0.35	0.03	114.8
4	1703	136,0	0.37	0.07	213.2
5	2522	150,0	0.39	0.06	377.2

(unidades en libras, pies y segundos).

Tabla 1

En las figuras 4, 5 y 6 se muestran los resultados del programa presentado comparados con la solución del programa LUCON.

En la figura 7 se muestra la comparación de resultados con los obtenidos por CHAPEL, para un ejemplo de un terreno bicapa.

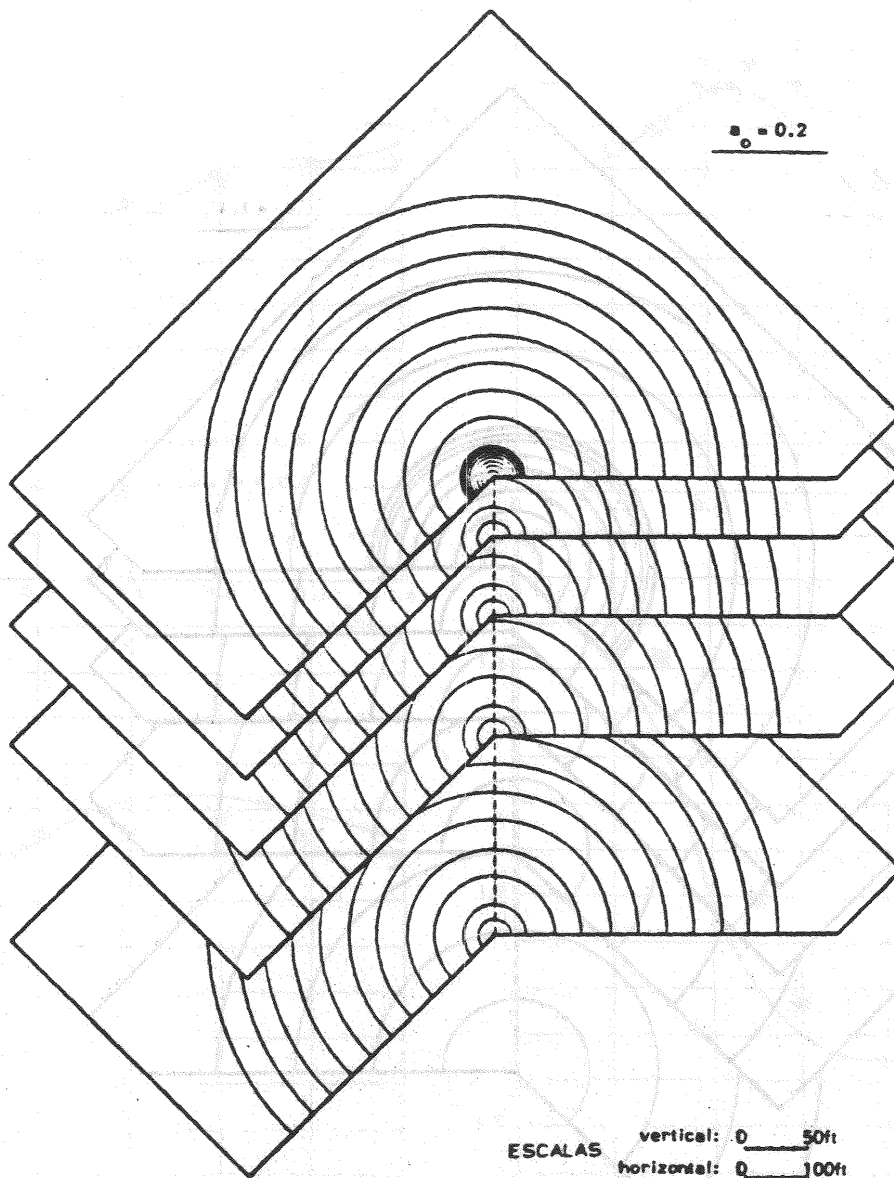


Fig. 2

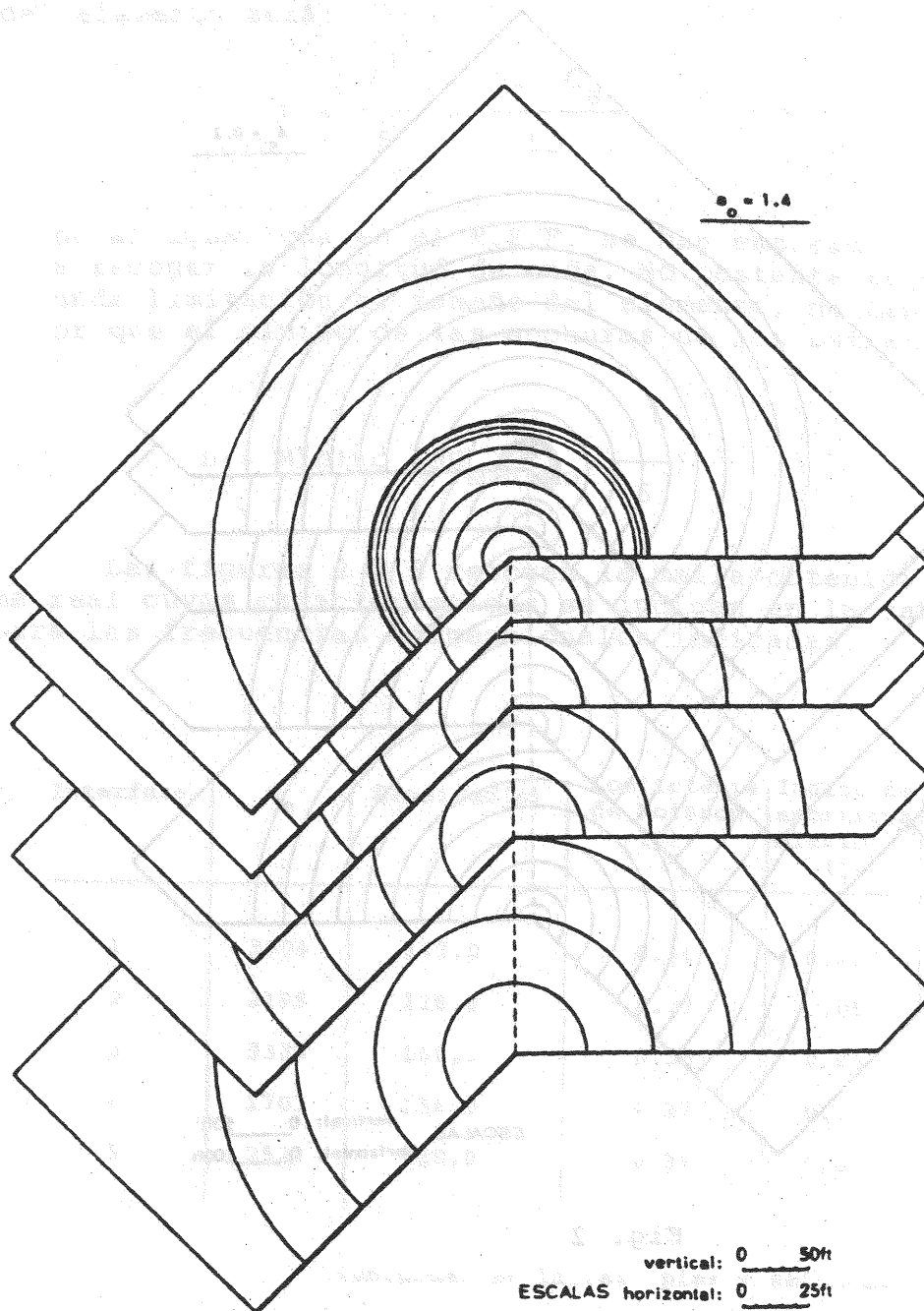


Fig. 3

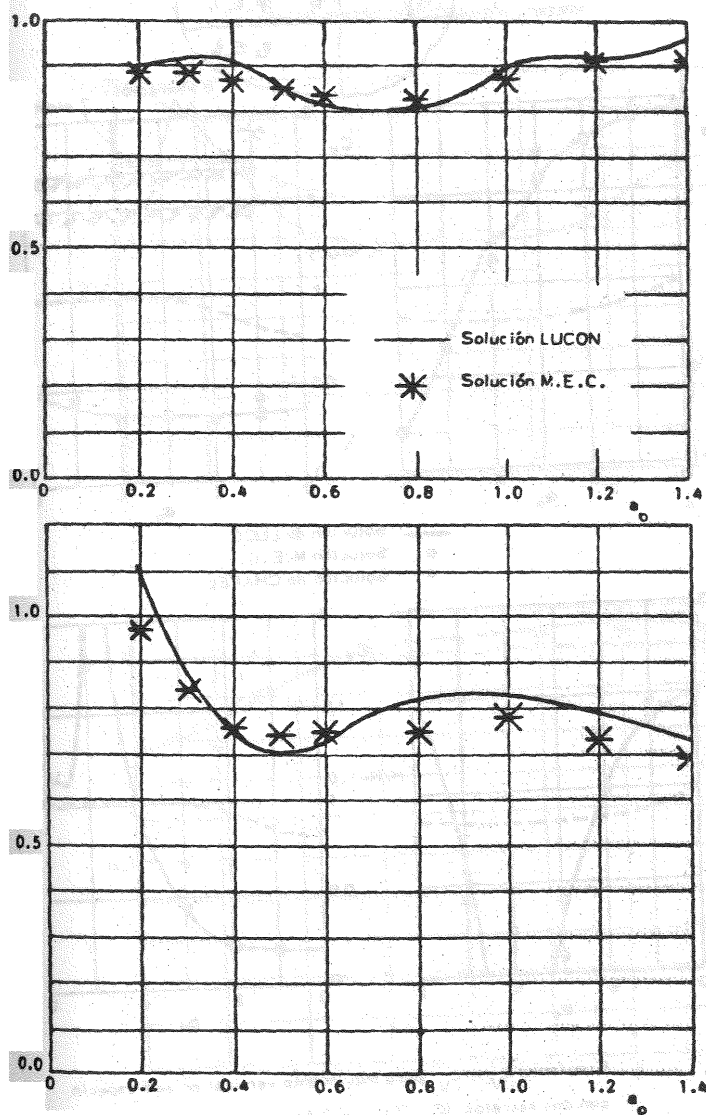


Fig. 5

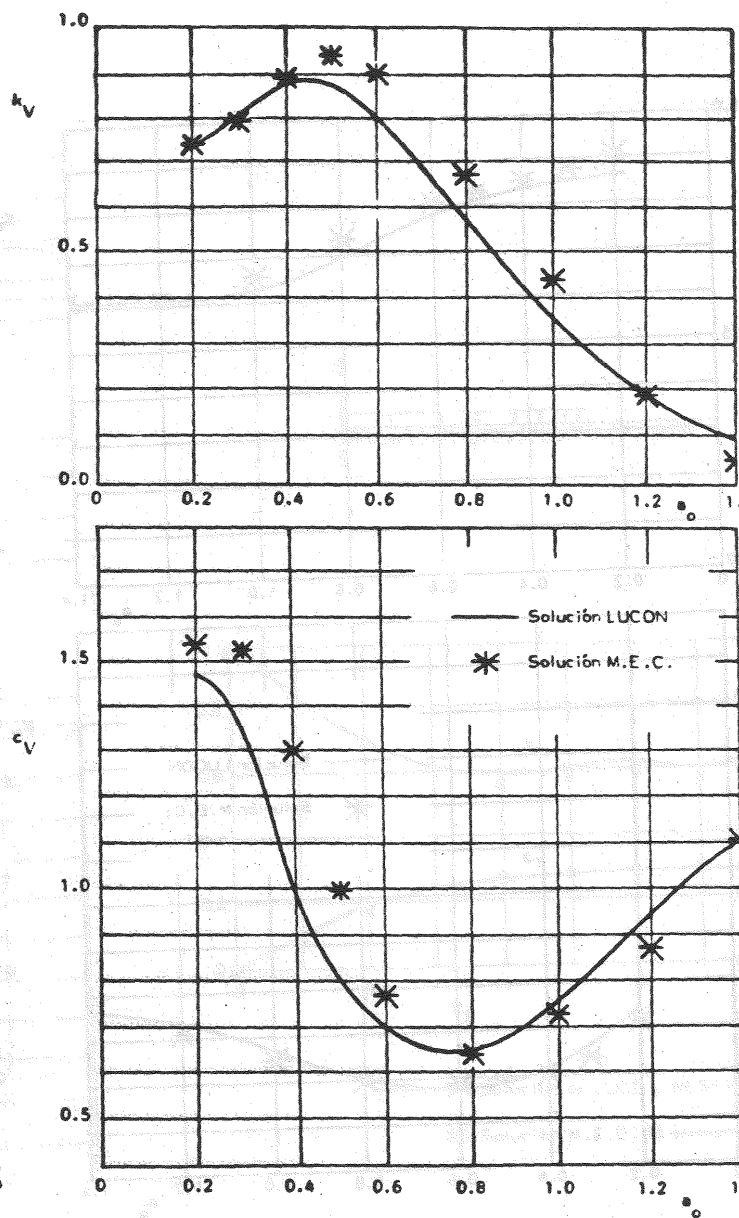


Fig. 4

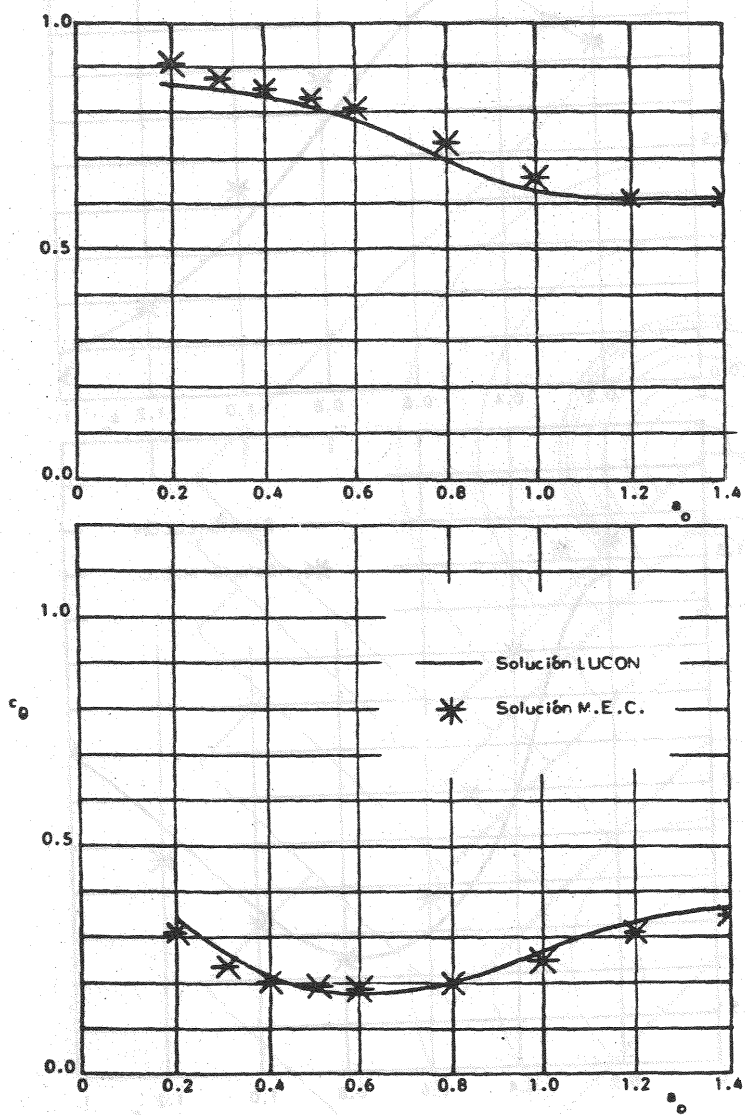


Fig. 6

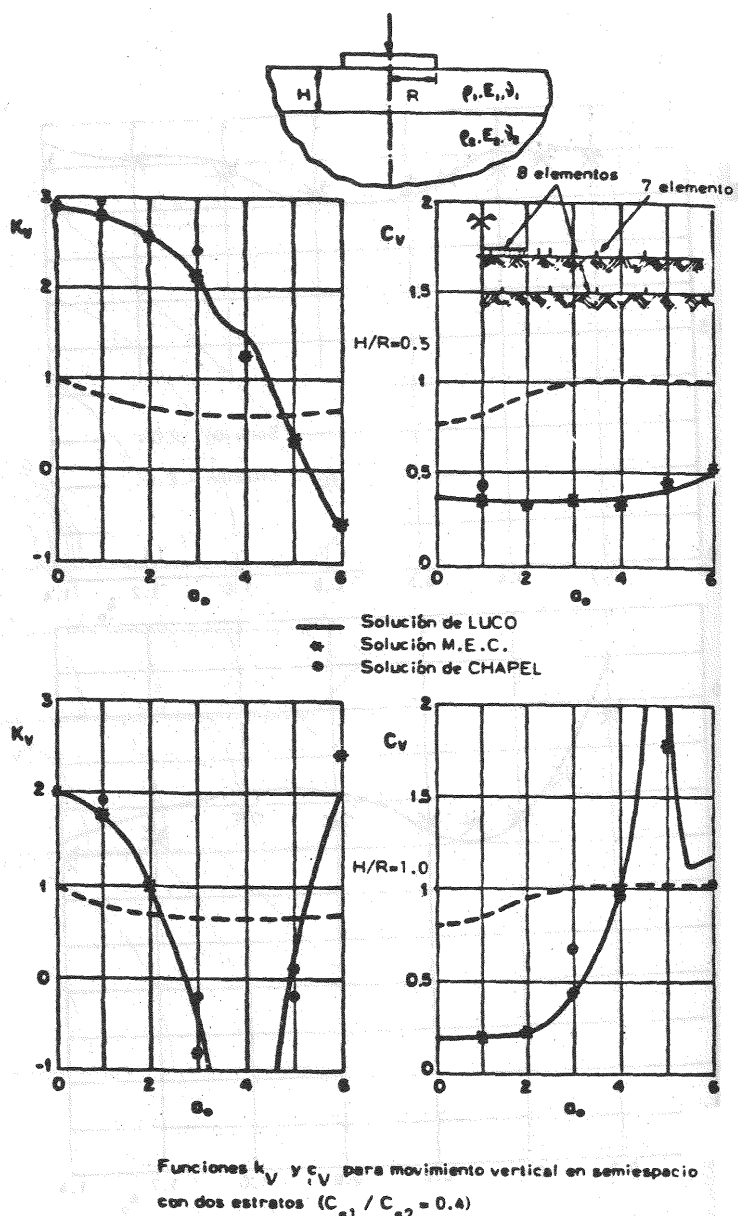
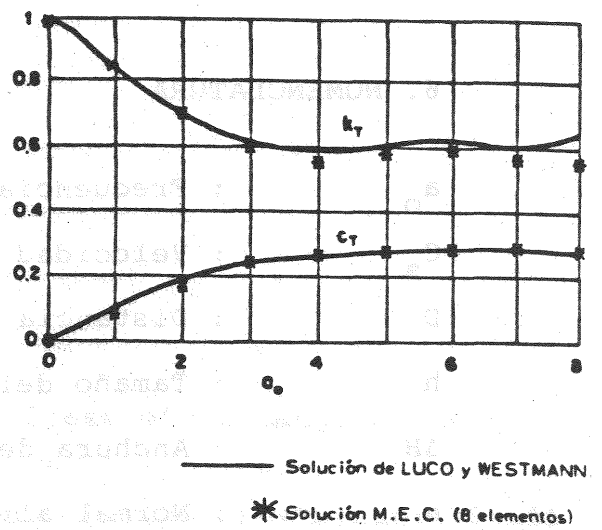
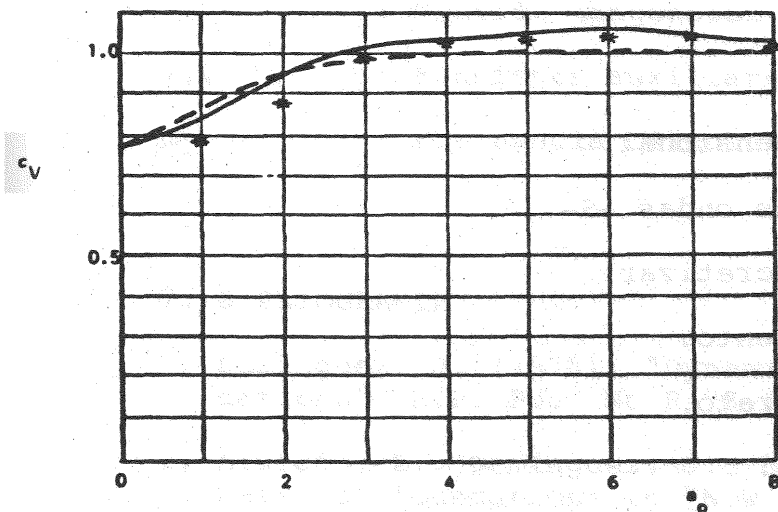
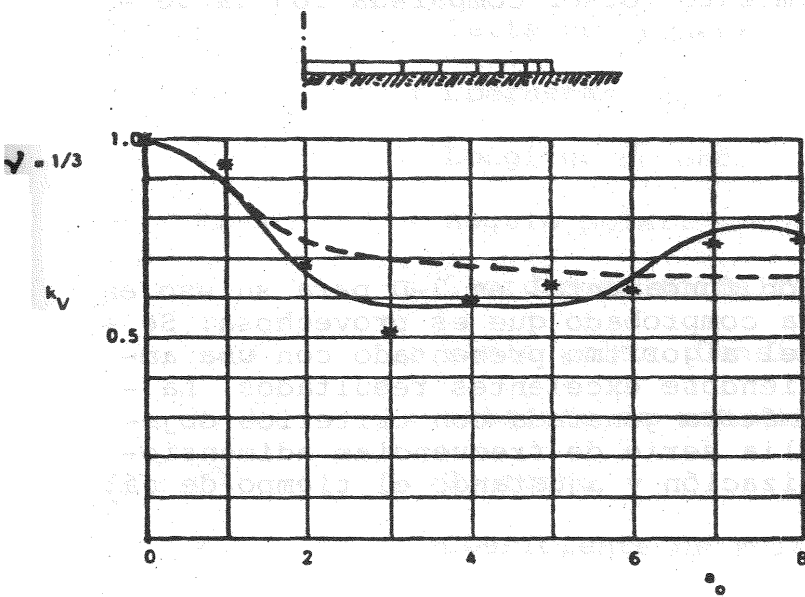


Fig. 7



— Exacta
 --- Aproximada
 * Solución M.E.C. (8 elementos)

Funciones k_v y c_v para movimiento vertical.

Funciones k_T y c_T para movimiento torsor.

Fig. 8

Fig. 9

La figura 8 muestra la respuesta vertical comparada con - Veletsos (11); la figura 9 muestra las funciones de rigidez y - amortiguamiento para el movimiento torsor comparada con la de - LUCO (10).

5. CONCLUSIONES

El empleo de la solución fundamental en 3-D para su uso en problemas axisimétricos se ha comprobado que es provechosa. Se - ha validado la utilización del algoritmo presentado con una amplia gama de ejemplos, obteniéndose excelentes resultados. La - utilización de la malla automática generada con criterios objetivos permite tratar una amplia serie de frecuencias adimensionales optimizando la discretización y ajustando el tiempo de cálculo.

6. NOMENCLATURA

a_o	: Frecuencia adimensional.
C_s	: Velocidad de las ondas -S-.
D	: Distancia a discretizar.
h	: Tamaño del elemento.
ΔH	: Anchura del estrato.
n	: Normal al plano.
$\sim P$: Punto de colocación.
$\sim Q$: Punto de integración.
R_1, R_1^*	: Radio interior de la corona.
R_2, R_2^*	: Radio exterior de la corona.
r	: Distancia entre puntos de colocación e integración.
T_{ij}	: Tensor de tensiones.
t	: Vector tensión.
$\sim U_{ij}$: Tensor de movimientos.

u : Vector de desplazamientos.

x_i : Coordenada cartesiana.

δ_{ij} : Delta de Kronecker.

η : Coordenada normalizada.

λ : Longitud de onda.

θ, θ' : Angulo polar.

ξ : Coordenada normalizada.

ρ, ρ' : Radio polar. Densidad.

Ω, Ω' : Matrices de rotación.

$\partial\Omega$: Contorno.

ν : Coeficiente de Poisson.

σ : Tensión normal.

τ : Tensión tangencial.

χ, ψ : Funciones auxiliares.

ω : Frecuencia circular.

7. BIBLIOGRAFIA

1. Domínguez, J. (1978): "Dynamic Stiffness of rectangular Foundations". MIR. Pub. No R 78-20.
2. Alarcón, E.; Domínguez, J.; Del Caño, F. (1980): "Dynamic Stiffness of foundations in "New developments in Boundary Element Methods", edited by C. Brebbia. CML Publications.
3. Alarcón, E., Domínguez, J. (1980): "Impedance of foundations - using the Boundary Integral Equation Method", in "Innovative Numerical Analysis for the Applied Engineering Sciences". Ed. by Shaw et al. Univ. Press. Virginia.
4. Domínguez, J.; Alarcón, E. (1982): "Elastodynamics". Chap 7 in "Progress in Boundary Element Method". Ed. C. Brebbia. Pentech Press.
5. Manolis, G.D. and Beskos, D.E.: "Dynamic response of lined tunnels by an Isoparametric Boundary Element Method". Comp. Meth. App. Mech. Engng. (To be published).

6. Kobayashi, S. (1983): "Some problems of the boundary integral equation method in elastodynamics", in "Boundary Elements". Edited by C. A. Brebbia, T. Futagami, M. Tanaka. Springer - Verlag.
7. Cruse, T.A., Snow, D.W., Wilson, R.B. (1977): "Numerical solutions in axisymmetric elasticity". Comp. and Structures, - 7, 445-451.
8. Shippy, D.J., Rizzo, F.J., Nigan, R.K. (1980): "A boundary - integral equation method for axisymmetric elastostatic bodies under arbitrary surface loads" in "Innovative Numerical Analysis in Appl. Eng. Sci". (R.P. Shaw et al, Eds.). University of Virginia Press. Charlottesville.
9. Chapel, F. (1981): "Application de la methode des equations - integrales a la dynamique des sols. Structures sur pieux". - These presentée a l'école Central des Arts et Manufactures.
10. Luco, J.E. and Westmann, R.A. (1971): "Dynamic Response of - Circular Footings". Jour. Eng. Mech. Div. ASCE. Vol 97. EMS. pp. 1381-1395.
11. Veletsos, A.S. and Wei, Y.T. (1971): "Lateral and rocking vibration of footings". J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, vol 97 pp. 1227-1248.
12. Veletsos, A.S. and Verbic, B. (1973): "Vibration of Viscoelastic Foundations". Report no 18. Dept. Civ. Eng. Rice Univ. Houston. Texas.

8. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido desarrollado en el marco de un proyecto de cooperación con la Empresa INITEC.